ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 AOUT 1940.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations linéaires dans les espaces normés.* Note [1] de M. **Jean Dieudonné**.

1. Soient E et F deux espaces *localement convexes séparés*, de topologies $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{U}$ respectivement; soient E′ et F′ les *duals* de E et F respectivement; pour distinguer les propriétés des parties de E et F (ou des applications de E dans F) relatives aux topologies $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{U}$ d'une part, aux topologies faibles $\sigma(E, E')$, $\sigma(F, F')$ d'autre part, on accolera le qualificatif *faible* ou l'adverbe *faiblement* aux notions relatives à ces dernières, le qualificatif *fort* ou l'adverbe *fortement* aux notions relatives à $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{U}$.

L'application des résultats de la Note précédente aux applications linéaires fortement continues de E dans F est rendue possible par le théorème suivant :

Théorème 1. — *Une application linéaire fortement continue de* E *dans* F *est aussi faiblement continue; un homomorphisme fort de* E *dans* F *est aussi un homomorphisme faible.*

2. Considérons à partir de maintenant le cas particulier où E et F sont *normés*. On a dans ce cas la *réciproque* du théorème 1 :

Théorème 2. — *Si* E *et* F *sont normés, une application linéaire faiblement continue de* E *dans* F *est aussi fortement continue; un homomorphisme faible de* E *dans* F *est aussi un homomorphisme fort.*

Il y a donc *identité* entre les notions de continuité forte et faible, et

---

(1) Cette Note fait suite à une Note récente (*Comptes rendus*, 211, 1940, p. 94) à laquelle le lecteur est prié de se reporter pour les définitions et notations.

entre celles d'homomorphisme fort et faible. Rappelons en outre les théorèmes suivants de M. Banach [2] :

Si E *est complet, et si* u *est un homomorphisme fort de* E *dans* F, $u(E)$ *est fortement fermé* (donc aussi *faiblement fermé*) *dans* F.

Si E *et* F *sont complets, et si* $u(E)$ *est fortement fermé dans* F (u étant une application linéaire continue de E dans F), u *est un homomorphisme fort de* E *dans* F.

3. On sait qu'on définit, sur le dual E′ de E, une topologie d'espace *normé complet*, en prenant pour norme d'une forme linéaire x' continue dans E la borne supérieure de $|x'(x)|$ lorsque la norme de x est égale à 1. Les topologies ainsi définies sur E′ et F′ seront encore dites *fortes* par opposition aux topologies faibles $\sigma(E', E)$ et $\sigma(F', F)$ [3] (elles sont *plus fines* que ces dernières).

Si u est une application linéaire continue de E dans F, sa *transposée* u' est *fortement continue* dans F′ [4]; elle est aussi *faiblement continue* (voir Note précédente).

Théorème 3. — *Si* E *est complet, et si* u' *est un homomorphisme fort de* F′ *dans* E′, u' *est aussi un homomorphisme faible de* F′ *dans* E′.

Théorème 4. — *Si* F *est complet, et si* u' *est un homomorphisme faible de* F′ *dans* E′, u' *est aussi un homomorphisme fort de* F′ *dans* E′.

Théorème 5. — *Si* u *est un homomorphisme de* E *dans* F, u' *est un homomorphisme fort de* F′ *dans* E′.

Lorsque E et F sont supposés *complets*, on a donc, en rassemblant les résultats précédents, le théorème :

Théorème 6. — *Si* u *est une application continue d'un espace normé complet* E *dans un espace normé complet* F, *toutes les propositions suivantes sont équivalentes* :

a. u *est un homomorphisme* (fort ou faible) *de* E *dans* F ;
b. $u(E)$ *est fermé* (fortement ou faiblement) *dans* F ;
c. u' *est un homomorphisme fort de* F′ *dans* E′ ;
d. u' *est un homomorphisme faible de* F′ *dans* E′ ;
e. $u'(F')$ *est fortement fermé dans* E′.

---

[2] *Opérations linéaires* (Warszawa, 1932), p. 38 et 145; voir aussi F. Hausdorff, *Journ. de Crelle*, 167, 1932, p. 294-311.

[3] Il faut bien remarquer que, lorsque E *n'est pas réflexif* (c'est-à-dire que E n'est pas identique au dual de E′, considéré avec sa topologie forte), $\sigma(E', E)$ n'est pas la topologie associée (au sens de la Note précédente) à la topologie forte sur E′.

[4] S. Banach, *loc. cit.*, p. 100.

On peut former des *contre-exemples* mettant en défaut les conclusions des théorèmes 3 et 4 lorsque l'hypothèse E *complet* (resp. F *complet*) n'est pas remplie ([5]).

4. Du théorème 2, on déduit en particulier le corollaire suivant : si $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{T}'$ sont deux topologies d'*espace normé* sur un même espace vectoriel E, telles que le dual E' de E pour chacune de ces deux topologies soit le *même*, $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{T}'$ sont *identiques* ([6]).

Dans un espace localement convexe séparé E, appelons *faiblement borné* tout sous-ensemble A de E tel que, pour toute forme linéaire x' continue dans E, la borne supérieure de $|x'(x)|$ dans A soit *finie*. De la remarque précédente, on déduit alors le théorème suivant ([7]) :

Théorème 7. — *Pour que la topologie d'un espace localement convexe séparé* E *soit une topologie d'espace normé, il faut et il suffit qu'il existe un voisinage de l'origine faiblement borné.*

ÉLASTICITÉ. — *Sur le calcul analogique des effets de torsion.* Note de MM. **Joseph Pérès** et **Lucien Malavard**, présentée par M. Henri Villat.

1. Dans les applications du calcul analogique à la solution pratique de questions d'élasticité, on procède en général par réalisations qui concernent une *fonction de tension*, dont les efforts élastiques s'obtiennent par *dérivation*. Mais il est toujours délicat de passer d'une fonction, de définition expérimentale, à ses dérivées, de sorte que nous avons été amenés à rechercher des réalisations plus directes et fournissant immédiatement les efforts.

Avant d'aborder les résultats obtenus dans cet ordre d'idées, par analogie rhéoélectrique, nous revenons ici, pour quelques compléments, sur les réalisations usuelles (Cranz, Biezeno et Koch, 1933) que nous avons eu à utiliser (avec quelques modifications dans le mode expérimental).

([5]) Les théorèmes de M. Banach (*loc. cit.*, p. 145-150) ne concernent que le cas où E et F sont complets, et se déduisent aisément de notre théorème 6 et de la Note précédente.

([6]) Rappelons qu'une *même* topologie d'espace normé peut être définie par des normes *distinctes*, mais *équivalentes* (c'est-à-dire dont le rapport reste compris entre deux nombres finis et > 0).

([7]) Cf. J. V. Wehausen, *Duke Math. Journ.*, 4, 1938, p. 157-169.

2. Rappelons que les efforts de torsion, τ_{xz} et τ_{yz}, d'un barreau cylindrique, sont respectivement φ'_y et $-\varphi'_x$, la fonction de tension $\varphi(x, y)$ étant définie dans l'aire S d'une section droite du barreau par la condition que son laplacien ait la valeur constante $F = -2G\theta$ (G, module de rigidité; θ, angle unitaire de torsion), cette fonction devant être constante à la frontière s de S. Lorsque S a la connexion simple, on prend $\varphi = 0$ sur s. Pour appliquer l'analogie rhéoélectrique, on envisage une fonction harmonique Φ, déduite de φ en en retranchant une fonction simple de laplacien F, par exemple $Fr^2/4$ ($r^2 = x^2 + y^2$); alimentant le bassin électrique de façon à remplir, à sa frontière s, la loi de potentiels $-Fr^2/4$, on obtient Φ comme potentiel électrique dans le bassin. On peut alors relever les lignes de niveau du champ Φ et passer (avec une moindre précision) à la détermination des efforts.

3. Dans nos modèles électriques, le contour s est toujours représenté par des électrodes que séparent d'étroits intervalles isolants et dont on règle les potentiels aux valeurs assignées. Les intensités de courant débitées par ces électrodes définissent alors de façon directe, et satisfaisante, la dérivée normale $d\Phi/dn$, donc l'effort de cisaillement τ au contour (le plus intéressant pratiquement). Soient r_1 et r_2 les valeurs extrémales de r sur s, auxquelles on fera correspondre, dans une échelle arbitraire de potentiels, les valeurs Φ_1 et Φ_2 : la valeur correspondante de F est $-4(\Phi_1 - \Phi_2)/(r_1^2 - r_2^2)$. Introduisant le coefficient sans dimension τ/Fl, où l est une longueur relative à la section, on vérifie que

$$(1) \qquad \frac{\tau}{Fl} = \frac{1}{2}\,\frac{r}{l}\,\frac{dr}{dn} - \frac{\sigma}{4h\varepsilon l}\,\frac{r_2^2 - r_1^2}{\Phi_2 - \Phi_1}\,\frac{\Delta\Phi}{R};$$

au second membre le premier terme ne dépend que des éléments géométriques de la section, le second fait intervenir les résultats des mesures sur le modèle électrique (n, normale extérieure; σ, résistivité du liquide dans le bassin; h, sa hauteur; ε, largeur de l'électrode); l'intensité de courant apparaît dans (1) par $\Delta\Phi/R$, $\Delta\Phi$ étant la chute de potentiel dans une résistance R amenant le courant à l'électrode.

4. L'expression usuelle du moment du couple de torsion $\mathfrak{M}$ (intégrale double de 2φ) se transforme aisément en

$$\mathfrak{M} = -\frac{1}{2}FI_0 - \frac{1}{2}\int_S r^2\,\frac{d\Phi}{dn}\,ds$$

(I_0, moment polaire de la section). Remplaçant l'intégrale par une

somme Σ étendue aux diverses électrodes, on a l'évaluation pratique

$$(2) \qquad \frac{\mathfrak{M}}{F} = -\frac{1}{2} I_0 + \frac{\sigma}{h} \frac{r_2^2 - r_1^2}{\Phi_2 - \Phi_1} \sum r^2 \frac{\Delta\Phi}{R}.$$

(1) et (2) sont d'un emploi commode. Détails et exemples seront donnés ailleurs; il suffit d'indiquer ici que, dans les essais courants, (1) et (2) donnent facilement la précision suffisante de 1 à 2 %.

5. Nous avons eu à envisager enfin le cas où la section droite du barreau n'est pas simplement connexe (barreau creux, frontière formée de plusieurs contours). On sait qu'alors la fonction φ, qui peut toujours être prise nulle sur l'un des contours, doit être constante sur les autres, ses valeurs constantes étant choisies de façon à assurer la monodromie des déplacements élastiques.

Revenant à la réalisation analogique de $\Phi = \varphi - 1/4 F r^2$, la monodromie des déplacements revient à celle de Ψ, fonction conjuguée de Φ, donc à celle de la fonction de courant dans le bassin électrique. D'où les conditions suivantes : pour les électrodes qui forment chaque contour frontière, on aura à régler des différences de potentiel suivant la loi $-1/4 F r^2 +$ const. (la valeur de la constante étant *a priori* inconnue), il faudra de plus (monodromie de Ψ) que le courant total débité par l'ensemble de ces électrodes soit nul. Il serait malaisé d'avoir à tenir compte, dans le réglage, de cette dernière condition, aussi convient-il de suivre, dans la réalisation, les principes posés par L. Malavard dans son calculateur d'ailes biplanes : alimentations indépendantes des divers ensembles d'électrodes définis plus haut, assurant ainsi, par le montage même, une intensité globale du courant débité nulle; le réglage ne porte plus alors que sur les différences de potentiel des électrodes d'un même groupe (Cf. L. Malavard, *Étude de quelques problèmes de la théorie des ailes*, fasc. 153 *des Public. Sc. du Min. de l'Air*, p. 154).

Des cas particuliers amènent des simplifications, notamment en choisissant l'origine O des rayons vecteurs r : si un arc de frontière est circulaire, on prendra O au centre de l'arc, qui sera alors formé par une seule électrode dans le modèle électrique. Soit, par exemple, une barre dont la section droite est limitée par deux circonférences excentrées c_1 et c_2. On prendra O au centre de c_1 qui sera donc frontière conductrice du bassin sans liaison avec le circuit électrique; une seule alimentation suffira pour les électrodes de c_2, dont les potentiels sont à régler comme indiqué, c_1 n'ayant qu'un effet de présence.

PHYSIQUE. — *Détermination des éléments de symétrie d'une courbe expérimentale. Formes analytiques convenant à la représentation des arcs expérimentaux strictement limités; cas des arcs symétriques.* Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

La conception que nous avons développée ([1]), de la courbe expérimentale *continue* $y(x)$, dans laquelle les mesures ne figurent que des points *isolés*, se prête à la détermination *très* précise d'un élément de *symétrie*. Les intégrales expérimentales étant calculées comme nous l'avons dit ([1]), l'abscisse s d'un axe de symétrie sera cherchée par la condition que l'intégrale de la fonction expérimentale ait la même valeur de o à s que de s à $2s$.

Les aires se composent de bandes, limitées par des ordonnées expérimentales comme nous l'avons dit, ou par des ordonnées intermédiaires que l'on *déplace* afin de chercher à satisfaire à la condition précédente. Nous avons donné ([2]) les formules permettant de calculer, dans tous les cas, les aires limitées par les ordonnées expérimentales. Voici, *pour compléter*, deux formules donnant, respectivement, l'aire S_0 comprise entre l'arc de parabole [défini par les ordonnées expérimentales y_0, y_1, y_2, d'abscisses o, l, $(l+m)$], l'axe des x, l'ordonnée d'abscisse o et l'ordonnée variable d'abscisse λ, et l'aire S_1 limitée par le même arc, l'axe des x, et les ordonnées d'abscisses l et $(l+\lambda)$:

$$6lm(l+m)S_0 = \lambda m[6l(l+m) - 6l\lambda - 3m\lambda + 2\lambda^2]y_0 + \lambda^2(l+m)(3l+3m-2\lambda)y_1 - \lambda^2 l(3l-2\lambda)y_2,$$

$$6lm(l+m)S_1 = -\lambda^2 m(3m-2\lambda)y_0 + \lambda(l+m)(6lm - 3\lambda l + 3\lambda m - 2\lambda^2)y_1 + \lambda^2 l(3l+2\lambda)y_2.$$

Nous avons appliqué ces considérations à la distribution de température définie par

x (cm)...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y (°).....	13,53	15,43	16,87	17,78	18,21	18,14	17,60	16,63	15,23	13,20	10,73	7,80

L'axe de symétrie est visiblement entre 4 et 5^{cm}. Nous avons calculé l'intégrale de o à 4 et celle de 4 à 8, puis celle de o à 4,25 et celle de 4,25 à 8,50, et enfin celle de o à 4,5 et celle de 4,5 à 9. La première intégrale surpasse la deuxième, respectivement de $+3,13$, $+1,40$, et $-0,82$. En utilisant la formule d'interpolation par parties *non* proportionnelles

$$\xi(\eta_2-\eta_1)(\eta_3-\eta_2)(\eta_3-\eta_1) = \eta_2[\varepsilon_3\eta_1(\eta_2-\eta_1) - \varepsilon_1\eta_3(\eta_3-\eta_2)]$$

([1]) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 329.

([2]) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 475.

donnant le zéro ξ de la fonction qui prend respectivement les valeurs η_1, η_2, η_3, deux points d'abscisse $-\varepsilon_1$, o, $+\varepsilon_3$, on trouve pour ξ (les deux intégrales sont alors égales) la valeur 0,167, d'où résulte, pour l'axe de symétrie, l'abscisse $s = 4,417^{cm}$.

Si le domaine expérimental est essentiellement *limité* (par exemple, barreau chauffé par l'intérieur, dont on refroidit les extrémités), l'allure, *vers l'infini*, des expressions analytiques représentatives, n'a plus d'importance; les fractions rationnelles ne s'imposent plus, et l'objection faite (¹) contre les exponentielles tombe, l'étendue très limitée du domaine expérimental excluant le cas où certaines des exponentielles s'éteindraient trop vite.

La représentation avec deux *exponentielles* et 5 paramètres, antérieurement étudiée (³), ne comporte plus que 4 paramètres si la courbe expérimentale a un *élément de symétrie*, les exposants des deux exponentielles étant égaux et de signes contraires. Soient y_1, y_2, y_3, y_4 les valeurs moyennes de la fonction expérimentale dans les 4 intervalles fondamentaux, *de largeur unité pour simplifier les notations*. Si les exponentielles sont imaginaires, la fonction théorique est de la forme

$$(\mathrm{M} + \mathrm{N}\cos ax + \mathrm{P}\sin ax),$$

$\cos a$ étant égal à $(y_1 - y_2 + y_3 - y_4) : 2(y_3 - y_4)$.

Si les exponentielles sont réelles, il s'introduirait un sinus ou un cosinus hyperbolique, suivant qu'il y a centre ou axe de symétrie. La loi étant de la forme $(\mathrm{M} + \mathrm{A}e^{ax} + \mathrm{B}e^{-ax})$, en désignant par r l'excès $(e^a - 1)$, on obtient r par l'équation

$$(y_2 - y_3)r^2 = (y_1 - 3y_2 + 3y_3 - y_4)(r+1).$$

L'axe (ou le centre) est donné par le point de la courbe de pente (ou de courbure) nulle.

Cette représentation exponentielle est, par le nombre des paramètres, l'analogue d'une représentation par *polynome*, du 3ᵉ ou du 4ᵉ degré selon le cas. Mais elle offre cet avantage supplémentaire (très important, si l'élément de symétrie, dont l'existence peut être connue *a priori*, est trop mal placé pour être susceptible de la détermination directe indiquée plus haut), de conduire à une détermination très simple de l'élément de symétrie.

(³) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 845.

Il arrive [2] que l'inconnue du problème soit la *courbure* de la courbe au point situé sur l'axe de symétrie. Comme r est souvent petit, on peut effectuer les calculs sans expressions transcendantes. Voici deux formules, très suffisamment *approchées* pour la pratique, donnant respectivement l'abscisse s du sommet, et la dérivée seconde D en ce point

$$s \sim 2 + u + u(u+1)(2u+1)r^2 : 6, \qquad D \sim \Delta[4 - (2u+1)r^2] : 4,$$

u est le rapport $\delta : \Delta$, δ désignant $(y_2 - y_3)$, et Δ, $(y_1 - 2y_2 + y_3)$.

Si r^2 est *imaginaire*, ces formules restent valables : on réduit r^2 à sa partie réelle.

Dans le problème cité, les valeurs moyennes y_i, dans chacun des intervalles de 2,75 cm, étant 15,8750 — 18,0722 — 16,6379 — 11,5655, et r valant 0,069472, nous avons trouvé, pour D, 0,4800, et, pour s, 4,414 cm. Les considérations *directes* de symétrie moyenne avaient donné 4,417 cm. La valeur qui vient d'être obtenue apporte aux procédés de calcul une *confirmation* fort intéressante, car, ayant résulté de l'annulation de la *dérivée* d'une formule *représentative*, elle eût pu différer notablement de la valeur directe.

Si l'axe de symétrie est trop voisin du *milieu* du domaine expérimental, le calcul indiqué manque de précision. Il faut alors, avant tout, déterminer l'abscisse de l'axe, qu'on prend pour origine; et, partageant le *demi*-domaine expérimental en trois régions fondamentales, où les valeurs expérimentales moyennes sont y_1, y_2, y_3, on détermine une fonction représentative $(M + A \operatorname{ch} ax)$. δ_1 et δ_2 désignant $(y_2 - y_1)$ et $(y_3 - y_2)$, $\operatorname{ch} a$ est égal à $\delta_2 : 2\delta_1$, et la dérivée seconde à l'origine vaut sensiblement $4\delta_1^2 : (2\delta_1 + {}_2\delta)$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'étude calorimétrique des solutions aqueuses de quelques sels de potassium.* Note de M. **Jean Perreu.**

J'ai effectué, au voisinage de 18°C, une série de mesures calorimétriques relatives aux solutions aqueuses binaires de chromate neutre et de bichromate. Les chaleurs différentielles de dissolution, $q_{c'}$ de ces deux sels dans leurs solutions aqueuses respectives et les chaleurs de dilution intégrales $L_{c'}$ de ces solutions, ont été déterminées au calorimètre de Berthelot; la mesure des chaleurs spécifiques γ, des liquides étudiés a été réalisée, de 18° à 20°, par la méthode du *calorifère* [1].

---

[1] *Thèse*, Paris, 1936, p. 47.

Les concentrations initiales des solutions employées sont à la fois exprimées, par le nombre de grammes, p, de sel dissous dans 100^g d'eau, par le nombre h de molécules-grammes d'eau correspondant à une mol-g de sel, et enfin par le nombre c de mol-g de sel par mol-g d'eau.

1° *Chromate neutre*, CrO^4K^2. — La chaleur de dissolution initiale, q_0 de la mol-g de sel et les chaleurs de dilution $L_c^{c'}$ correspondent à la concentration finale $p'=1\ \%$; $h'=1077,8$; $c'=0,00093$.

Concentrations initiales.							a_C (sol sat.).	
p.	h.	c.	γ_m (18-20°).	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.		
0	∞	0		$-4,98\ (q_0)$ cal				
10	107,78	0,0093	0,895	$-3,90$				
20	53,89	0,0186	0,813	$-3,20$	$-0,95$ cal	$-4,03$ cal		
30	35,92	0,0278	0,752	$-2,81$	$-1,26$	$-3,72$		
40	26,94	0,0371	0,706	$-2,55$	$-1,55$	$-3,43$		
50	21,56	0,0464	0,671	$-2,38$	$-1,78$	$-3,20$		
60	18,49	0,0541	0,641	$-2,31$	$-1,94$	$-3,04$		
62,5 (sat.)	17,24	0,0580 (C)	0,634	$-2,29\ (q_C)$	$-1,98\ (L_C)$	$-3,00\ (Q_C)$	$-0^{cal},77$ (mes.).	$-0^{cal},80$ (calc.)

Les chaleurs spécifiques γ_m (18-20°) peuvent être représentées par la formule

$$\gamma_m(18\text{-}20^\circ)=\frac{6,355+h}{20,222+h}. \tag{1}$$

J'ai calculé les chaleurs intégrales de dissolution Q_c, à l'aide de la relation

$$Q_c=q_0-L_c. \tag{2}$$

La chaleur d'addition de la solution saturée, a_C, a été directement mesurée puis calculée à partir des chaleurs de dilution, d'après la formule

$$a_C=-h\frac{dL_c}{dh}. \tag{3}$$

Enfin, la chaleur limite q_C, déterminée par extrapolation de la courbe $q_C=f(c)$, a aussi été calculée avec la relation

$$q_C=q_0-L_C-a_C, \tag{4}$$

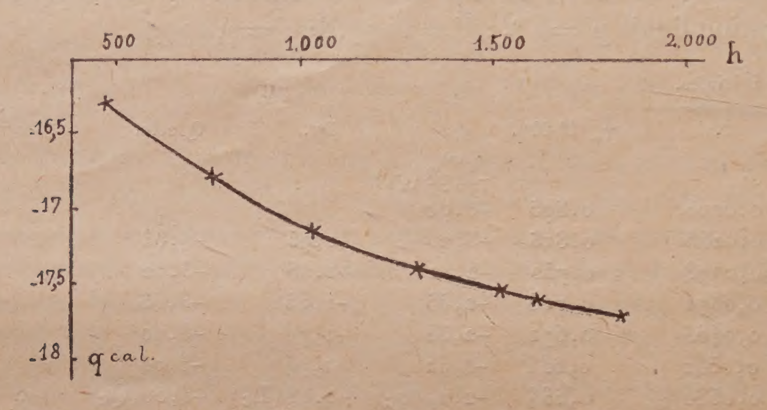
ce qui m'a donné $q_C=-2^{cal},27$, nombre très voisin de celui qui est fourni par la méthode directe.

2° *Bichromate*, $Cr^2O^7K^2$. — La chaleur de dissolution initiale q_0 de la mol-g de ce sel dans un grand excès d'eau, varie notablement avec le

nombre h', de mol-g d'eau employées, comme l'indiquent les résultats suivants :

h'...........	474	763	1030	1350	1525	1633	1850
q_0 (cal.).....	—16,28	—16,77	—17,13	—17,40	—17,50	—17,56	—17,68

Ces résultats sont représentés par le graphique ci-dessous.



Dans le tableau suivant, les valeurs de q_0 et de L_c correspondent à la concentration finale : $p' = 1\ \%$; $h' = 1633,3$; $c' = 0,00061$.

Concentration initiale.							a_C (sat.).	
p.	h.	c.	γ_m(18°-20°).	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.		
				cal	cal	cal	cal	cal
0	∞	0		−17,56 (q_0)				
2	816,67	0,00122	0,973	−16,27				
4	408,33	0,00245	0,952	−15,92				
6	272,22	0,00367	0,934	−14,98	−1,73	−15,83		
8	204,17	0,00490	0,920	−14,65	−1,84	−15,72		
10	163,33	0,00612	0,905	−14,48	−1,96	−15,60		
12	136,67	0,00734	0,895		−2,08	−15,46		
12,3 (sat.)	132,79	0,00753 (C)	0,893	−14,36 (q_C) (extrap.)	−2,10	−15,42	−1,07 (mesuré)	−1,08 (calculé

La formule

$$\gamma_m(18°\text{-}20°) = \frac{87,83 + h}{113,94 + h} \tag{5}$$

représente convenablement les mesures des chaleurs spécifiques.

Le calcul de la chaleur limite q_C donne — $14^{cal},39$, au lieu de — $14^{cal},36$, valeur trouvée par la méthode directe.

Les valeurs trouvées par extrapolation, pour la chaleur de saturation q_C, des deux sels étudiés, sont en bon accord avec celles qui ont été calculées, par voie indirecte.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Loganiacées. Développement de l'embryon chez le* Buddleia variabilis *Hemsley*. Note de M. **René Souèges**, transmise par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Les rapports phylétiques des Loganiacées sont toujours très discutés. jusqu'ici on n'a pu faire intervenir dans les discussions les données tirées des lois qui président au développement de l'embryon, aucun représentant de la famille n'ayant encore été sérieusement examiné à ce point de vue. Comme le montrent les figures 1 à 17, chez le *Buddleia variabilis*, ces lois offrent la plus grande régularité. Elles sont semblables à celles qui ont été déjà établies au sujet du *Veronica arvensis* (¹) et au sujet de beaucoup d'autres espèces se rattachant au type embryonomique des Crucifères.

Il se constitue d'abord une tétrade en T régulière (*fig.* 3) par division longitudinale de la cellule apicale (*fig.* 2), puis segmentation transversale de la cellule basale du

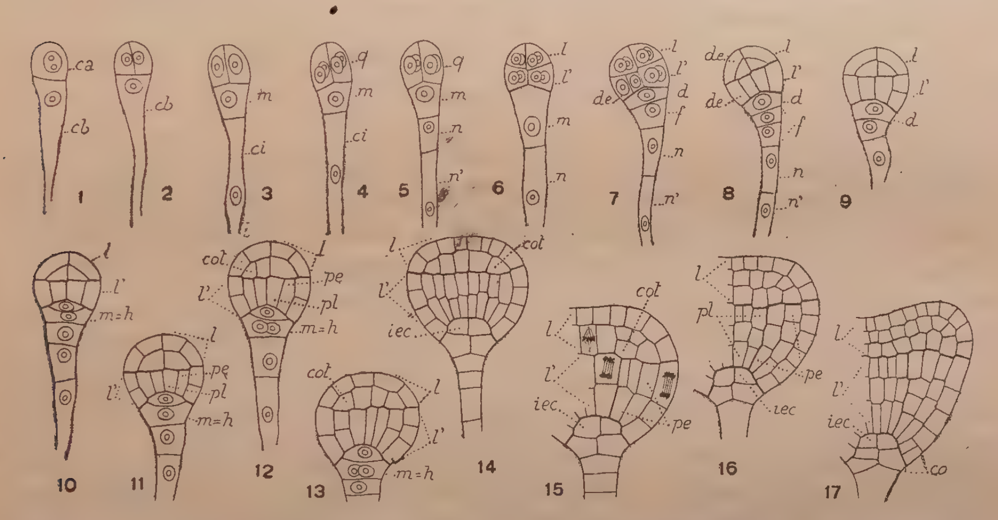


Fig. 1 à 17. — *Buddleia variabilis* Hemsley. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m* et *ci*, cellule intermédiaire et cellule inférieure de la tétrade; *q*, quadrants; *l*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'*, octants inférieurs ou partie hypocotylée; *d*, cellule-fille de *m* ou hypophyse; *f*, cellule-fille de *m*; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *cot*, cellule-mère du cotylédon. G. = 320.

proembryon bicellulaire. Les deux éléments supérieurs de la tétrade se divisent ver-

(¹) R. Souèges, *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 703.

ticalement pour donner quatre quadrants groupés autour de l'axe (*fig.* 4); ceux-ci, à leur tour, se segmentent transversalement pour engendrer quatre octants supérieurs, *l*, et quatre octants inférieurs, *l'* (*fig.* 6). Les quatre octants supérieurs produisent la partie cotylée. Les premières cloisons, dans leur intérieur, sont tangentielles et individualisent d'emblée le dermatogène (*fig.* 8 à 10). Dans les quatre cellules sous-épidermiques, des parois verticales séparent, vers l'extérieur, des cellules dont deux, diamétralement opposées sur le plan transversal, deviennent cellules-mères des cotylédons, *cot*, et, autour de l'axe, des éléments qui entrent dans la constitution du point végétatif de la tige. Les octants inférieurs donnent naissance à la partie hypocotylée. Dans leur intérieur, les premières parois sont verticales et séparent d'abord le dermatogène (*fig.* 7, 10), puis le périblème et le plérome (*fig.* 11, 12). Les cellules-mères des trois histogènes se multiplient ensuite régulièrement selon les lois ordinaires qui président à la construction de ces trois tissus fondamentaux.

L'élément *m* de la tétrade (*fig.* 3) se segmente transversalement en deux cellules superposées, *d* et *f* (*fig.* 8, 9). C'est la cellule *d* qui se convertit généralement en cellule hypophysaire. En 10 et 11, on peut remarquer son mode caractéristique de division par une cloison horizontale légèrement incurvée séparant, vers le haut, la cellule-mère des quatre initiales de l'écorce de la racine vers le bas, un élément qui, par divisions d'abord verticales cruciales, puis horizontales ou tangentielles, produira le primordium de la coiffe (*fig.* 14 à 17). La cellule *f* et les quelques éléments engendrés par la cellule inférieure *ci* de la tétrade donnent naissance à un suspenseur étroit, filamenteux, très tôt résorbé par l'albumen.

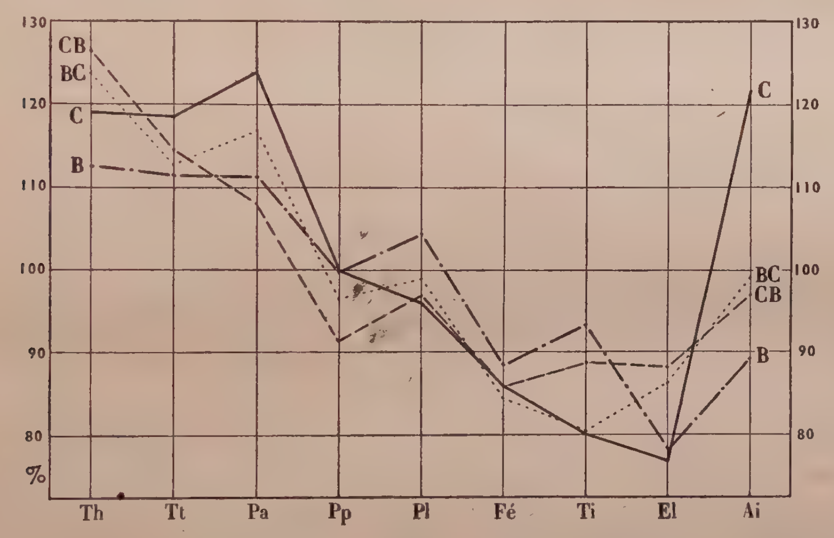
Aucune différence essentielle ne permet de séparer l'embryon du *Buddleia variabilis* de celui du *Veronica arvensis*. Les lois qui président à la construction de l'embryon proprement dit, le mode de différenciation de l'hypophyse aux dépens de la cellule intermédiaire de la tétrade, l'origine et la forme du suspenseur sont, dans les deux cas, exactement les mêmes. Les Loganiacées, ou tout au moins les Buddléioïdées, offrent assurément avec les Scrofulariacées les liens les plus étroits de parenté. Les deux familles peuvent ainsi rationnellement être placées côte à côte dans l'alliance des Labiatiflores; la présence, chez les *Buddleia* ([2]), d'haustoria d'origine endospermique et la formation d'un albumen dit cellulaire sont d'ailleurs deux caractères, communs à la plupart des Labiatiflores, qui plaident en faveur de cette conclusion.

([2]) P. Dop, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 60, 1913, p. 6, 45, 92.

GÉNÉTIQUE. — *Sur les gradients de croissance différentielle chez les ♂ de* Gryllus campestris *L.*, Gr. bimaculatus *de Geer et leur transmission héréditaire chez les hybrides réciproques de ces deux espèces.* Note de Mlle **Germaine Cousin**, présentée par M. Maurice Caullery.

J'ai proposé [1] une méthode pour le calcul des *coefficients de variabilité différentielle*, qui rendent possible l'évaluation et la comparaison du pouvoir intrinsèque de développement pour les caractères morphométriques de différents lots d'animaux appartenant à des espèces, races ou sexes différents.

Si l'on porte les coefficients de variabilité différentielle sur un diagramme, on obtient le gradient des potentialités des différents caractères (gradients de croissance relative de J. Huxley).



Le graphique ci-dessus représente quatre gradients superposés, correspondant à quatre catégories de Grillons ♂ : *C*, (*campestris*); *B*, (bimaculatus); leurs hybrides (*C* ♀ × *B* ♂ et *B* ♀ × *C* ♂). En abscisses sont portés, à intervalles égaux, neuf caractères *se suivant dans l'axe antéropostérieur de l'Insecte*. *Th*, (hauteur de la face); *Tt*, (largeur de la tête); *Pa*, *Pp*, (largeurs du pronotum avant et arrière); *Pl* (longueur du pronotum); *Fe* et *Ti*, *El* et *Ai*, (longueurs du fémur et du tibia postérieurs, des élytres et des ailes). En ordonnées sont portées les valeurs des coefficients de variabilité différentielle en % de la valeur moyenne des huit premiers caractères. Le caractère *Aile* extrêmement instable, donc de très grande variabilité, est exclu du calcul de la moyenne. Nombre de Grillons 822.

(1) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 113.

Les principales constatations qui découlent de l'examen de ce diagramme sont : 1° Les 4 gradients, pour les 8 caractères, ont tous une allure générale semblable, mais se distinguent les uns des autres par des variations différentielles plus ou moins accusées. 2° Ils sont tous quatre du type antéro-postérieur, avec les valeurs maxima (centres de croissance de J. Huxley) correspondant au *Th*, sauf chez *C* où le maximum se rapporte au *Pa*. Chez l'espèce *C*, une autre valeur maximum correspond aux ailes, dont le coefficient est bien au-dessus (+ 33 %) de celui de l'espèce *B*. Le fait est d'autant plus singulier que *B* a des ailes longues et *C*, au contraire, a des ailes atrophiées, qui ne dépassent pas les élytres. 3° Les espèces parentes, *C* et *B*, ont les mêmes valeurs des coefficients pour un caractère situé au milieu du corps, la largeur du pronotum postérieur, *Pp* = 100 %. De part et d'autre de *Pp*, on remarque que les trois caractères appartenant à la partie antérieure du corps, *Th*, *Tt* et *Pa*, ont des coefficients au-dessus de 100, les quatre postérieurs *Pl*, *Fe*, *Ti*, *El* (exception faite de *Pl* pour l'espèce *B*) ont des coefficients au-dessous de 100. Ceci correspond à une inversion dans l'allométrie des organes, qui, pour les deux espèces, manifestent ainsi une tendance à une plus grande potentialité de développement dans la partie antérieure que dans la partie postérieure du corps. Le diagramme souligne encore un fait remarquable, relatif aux caractères distinctifs des espèces dont les potentialités de développement sont de tendances opposées. En effet les trois caractères antérieurs ont des coefficients plus élevés chez l'espèce *C* que chez l'espèce *B* et, inversement, les caractères postérieurs ont leurs coefficients plus élevés chez *B* que chez *C*. Ainsi, la séparation des espèces ne peut que s'accentuer avec l'augmentation de la taille des individus, ou par l'évolution de l'espèce, si celle-ci porte sur la taille. Quant aux plus grandes différences entre les valeurs des coefficients des mêmes caractères chez *C* et *B*, elles concernent les ailes (environ 30 %), *Pa* et *Ti* (environ 13 %), tous trois caractères spécifiques. 4° Les gradients de croissance des hybrides *BC* et *CB* sont très similaires. Pour ces deux hybrides, les caractères *Th* et *El* ont des coefficients supérieurs à ceux des parents, mais le coefficient du caractère *Pp* est, par contre, nettement inférieur, alors que ceux des caractères *Tt*, *Pl* et *Ai* sont intermédiaires. Les centres de croissance correspondant aux coefficients maxima, se rapportent à la tête (*Th*), les minima aux caractères des pattes (*Fe* et *Ti*). Les plus grandes différences entre les hybrides correspondent à *Pa* et *Ti*, qui sont les deux caractères les plus divergents chez *C* et *B* (exclusion faite des ailes). Les coefficients de ces deux caractères divergent

en sens opposés chez les parents comme chez les hybrides. Chez ces derniers, le sens de la divergence est conditionné par l'influence du parent ♂ : le *BC* suit le gradient de *C* et le *CB* le gradient de *B*.

Sur le diagramme ci-dessus, on peut bien observer cette interdépendance des coefficients des hybrides et de leurs parents, soit par le voisinage des points représentatifs, soit par l'allure des gradients. Exception faite pour les caractères *Th* et *El*, le tracé d'ensemble des gradients pour *C* et *BC* d'une part, et *B* et *CB* d'autre part, est sensiblement parallèle. Ceci confirme l'influence patrocline prépondérante dans la transmission héréditaire des possibilités ou potentialités évolutives de différents caractères. La transmission de ce pouvoir de croissance différentielle, propre à chaque espèce, se montre, en outre, indépendante de la transmission des caractères eux-mêmes, ces derniers étant transmis aux hybrides suivant des modalités de dominance, liaison au sexe etc., et dont un essai d'évaluation, au moyen de coefficients d'hybridation, a été donné antérieurement.

En dehors de l'intérêt que présente, pour les questions d'hérédité, la comparaison des gradients entre les hybrides et les espèces parentes, il est certain que l'application de ces méthodes à l'étude comparative des Sauterelles, pourra donner des résultats des plus instructifs, sur leur morphogénèse et sur la divergence des proportions des individus appartenant à des *phases* différentes.

BOTANIQUE. — *Vers la solution expérimentale des problèmes phylétiques par l'étude des croisements interspécifiques.* Note de M. ANTOINE DE CUGNAC, présentée par M. Marin Molliard.

La solution des problèmes phylétiques, c'est-à-dire de ceux qui concernent les rapports naturels (ou affinités naturelles) des espèces, est souvent fort hypothétique lorsqu'on ne dispose pour leur étude que des méthodes d'observation morphologique. Aussi est-il indispensable de recourir au contrôle par *recoupements*, en utilisant comparativement les observations reposant sur des disciplines variées (anatomie, cytologie etc.), ou mieux encore aux méthodes expérimentales susceptibles de mettre en évidence les affinités mutuelles ou l'origine et les dérivations des espèces. Ce sont en effet ces notions mêmes qui se trouvent à la base de la classification naturelle, l'ordre systématique des espèces devant exprimer à la fois leur proximité phylétique et leur enchaînement phylogénétique. Voici deux exemples de ces expériences, se rapportant à des Graminées :

I. *Les rapports phylétiques des trois Bromes des moissons*, B. (Serrafalcus) secalinus L., B. (S.) grossus *Desf.*, B. (Michelaria) arduennensis *Dmrt.* — Dans une première série d'expériences [1], j'ai mis en évidence l'existence d'une affinité très proche entre *B. grossus* et *B. arduennensis*, ces deux espèces formant entre elles des hybrides fertiles, dont la disjonction suit le type des dihybrides mendéliens. Les cultures effectuées cette année, malgré leur caractère restreint imposé par les circonstances, confirment entièrement cette interprétation. C'est ainsi qu'en reprenant un semis de F_2 (issu de *B. grossus* × *arduennensis*), j'ai obtenu les quatre formes prévues, y compris le *B. arduennensis* typique, absent, à cause de sa faible fréquence en F_2 (double récessif), de mes résultats précédents. D'autre part, en F_3, le schéma génétique proposé l'an dernier s'est encore trouvé vérifié par la réapparition du *B. arduennensis* typique dans la descendance de certains individus des deux nouvelles combinaisons, aussi bien de *B. grossus nitidus* que de *B. arduennensis villosus* (hétérozygotes *Aabb* et *aabB*). Les deux espèces étudiées se comportent donc comme deux variétés différant seulement par deux couples de facteurs héréditaires.

Existe-t-il des relations analogues avec *B. secalinus*, que certains systématiciens rapprochent étroitement des deux espèces précédentes ? Pour répondre à cette question, j'ai réalisé les croisements suivants : *B. secalinus* × *grossus nitidus* et *B. secalinus* × *arduennensis*. La culture de ces hybrides, effectuée pour la première fois cette année, montre qu'ils sont entièrement fertiles, ce qui paraît indiquer que les trois espèces, malgré les différences morphologiques considérables qui les séparent, se comportent comme trois variétés, qui devraient être mises sur le même plan au sein d'une même *espèce collective*, remarquablement polymorphe.

D'autre part, une série de croisements entrepris entre les membres de cette espèce collective et les espèces voisines *B. arvensis* L. et *B. macrostachys* Desf. m'a fourni invariablement des hybrides stériles dans tous les cas étudiés. Cependant les différences morphologiques qui séparent ces espèces des trois Bromes des moissons paraissent souvent minimes, en comparaison de leurs propres différences (notamment avec *B. arduennensis*).

On voit, sans nous étendre davantage sur cet exemple, le rôle que peut jouer l'étude méthodique des croisements expérimentaux pour la détermination des affinités et l'établissement rationnel de la classification.

II. *L'origine et la signification phylétique des variations de l'indument des*

---

(1) *Comptes rendus*, 209, 1939, p. 696.

épillets. — On sait que de nombreuses espèces de Graminées se rencontrent souvent sous deux formes, qui diffèrent à peu près uniquement par la pilosité ou la glabréité des épillets et de leurs pédicelles. Or, en raison même de cette fréquence, en particulier chez les Bromes, un certain nombre de systématiciens croient pouvoir négliger ce caractère, et l'omettre dans leurs descriptions ([2]), ou encore considèrent invariablement les formes glabres comme typiques et les velues comme variétés ([3]). En réalité il s'agit là, ainsi que les sélectionneurs de céréales l'ont depuis longtemps reconnu pour les Blés, Orges etc., d'un caractère descriptif bien constant; et les expériences suivantes montrent que les variations qui peuvent affecter à cet égard les diverses espèces tirent leur origine de croisements antérieurs plus ou moins lointains.

En premier lieu, si nous reprenons l'exemple étudié au paragraphe précédent, nous voyons que, dans le croisement de *B. grossus* (typiquement velu) avec *B. arduennensis* (typiquement glabre), l'apparition des variétés inverses est le résultat de la disjonction mendélienne. Or on sait que les combinaisons nouvelles ainsi obtenues sont susceptibles de se fixer immédiatement (descendance des homozygotes), et doivent par conséquent, bien qu'étant d'origine hybride, prendre place dans la classification au même titre que les autres bonnes variétés.

Mais des croisements non mendéliens peuvent aussi aboutir à la formation de variétés stables différant de la forme typique par l'indument. J'ai montré en effet en 1937 ([4]) que le croisement deux fois répété de *B. madritensis* L. par *B. sterilis* L. permettait de reconstituer par synthèse génétique la forme velue, décrite par les auteurs dans la nature sous le nom de *B. sterilis* var. *velutinus* Volkart. Mais divers incidents de culture ne m'avaient pas permis jusqu'ici d'étudier la descendance de l'unique pied de cette variété reconstituée. J'ai réussi cette année à en obtenir deux plantes bien développées et parfaitement fertiles, présentant tous les caractères de la variété naturelle velue. Or il est à remarquer que le croisement initial, *B. madritensis* × *sterilis*, avait donné des hybrides entièrement stériles, à l'exception de l'unique caryopse obtenu par fécondation artificielle, origine de la variété reconstituée.

En résumé, on voit que ces modifications indumentaires représentent la

---

([2]) T. Husnot, *Graminées*, Athis, 1896-99, p. 69.

([3]) Cf. A. de Cugnac et A. Camus, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 83, 1936, p. 55.

([4]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1088.

trace d'hybridations, qu'elles peuvent inversement servir à déceler. Quant à leur fréquence dans certains groupes, comme celui des Bromes ou des Blés, elle est un signe fort intéressant de leur aptitude aux croisements interspécifiques, de type mendélien ou non.

ZOOLOGIE. — *Incubation des œufs et viviparité chez les Cœloplanides indochinois.* Note de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

J'ai eu l'occasion d'observer en Indochine la reproduction sexuelle de cinq espèces de *Cœloplana*, *C. agniæ* Daw., *gonoctena* Kr., *Duboscqui* Daw., *Perrieri* Daw. et *Weilli* Daw. Toutes ces espèces, exception faite pour *C. Weilli*, sont ovipares. Elles pondent les amas d'œufs sur le substratum qu'elles ont adopté pour support et l'organisme maternel protège la ponte pendant toute la durée de l'ontogenèse. Mais j'ai acquis la certitude que, dans la Mer de Chine, existent des *Cœloplanidæ*, qui, comme les Cténophores typiques, pondent des œufs libres, pélagiques. En effet, un coup de filet m'a procuré, un jour (Golfe de Siam, Poulo-Dama, novembre 1931) un bon nombre d'œufs flottants du type cténophorien, qui ont attiré tout de suite mon attention par une particularité de leur structure : le développement très faible de la masse gélatineuse qui englobe l'œuf sous sa membrane ovulaire; cela m'a fait supposer qu'il s'agissait des œufs d'une Cœloplanide. En effet, isolés dans une cuvette, ces œufs ont donné des larves qui appartenaient incontestablement à un *Cœloplana*.

Toutes les espèces de *Cœloplana* indochinois que j'ai observées sont des formes incubatrices, l'incubation des œufs présentant chez elles toute une série de gradations, depuis la simple protection de la ponte par le corps maternel, jusqu'à une véritable viviparité.

Sous la forme la plus primitive, l'incubation des œufs s'observe chez les *Cœloplana agniæ*, *gonoctena* et *Duboscqui*. Les œufs, évacués au dehors et agglutinés par une substance visqueuse transparente, sont appliqués à la face orale de la femelle, qui les protège jusqu'au moment de l'éclosion des larves. Il n'y a pas ici de véritable incubation au sens morphologique, mais il n'en est pas moins vrai que, physiologiquement, les replis cutanés de la face ventrale du corps de *Cœloplana*-mère jouent un rôle de chambre incubatrice primitive. La ponte reste libre, mais son rattachement au corps de la mère est assuré par les replis des téguments de celle-ci, même pendant ses déplacements. Le *Cœlaplana* glisse sur le substratum, sans que les embryons soient détachés de son corps. D'ailleurs, pendant la

période incubatrice, la femelle manifeste une extrême nonchalance, ne sortant de son immobilité que dans les cas d'une nécessité urgente.

Cœloplana Perrieri, des eaux cambodgiennes, présente, au point qui nous occupe, quelques particularités fort intéressantes. Il s'agit aussi d'une forme ovipare, mais la protection des embryons prend, chez cette espèce, le caractère d'une véritable incubation. Contrairement à ce que nous avons vu chez les espèces précédentes, *C. Perrieri* ne pond qu'un nombre très restreint d'œufs (8-10). Évacués au dehors par la bouche, les œufs restent individualisés, ne s'accumulant pas en une ponte agglutinée. Une fois pondus, ils restent couverts par la face orale de la femelle, qui subit alors des changements morphologiques importants, concernant la structure des téguments oraux dans la zone marginale du corps. En effet, en examinant cette dernière pendant la période d'incubation des jeunes, on peut constater que ceux-ci se trouvent profondément enchâssés dans des sortes d'alvéoles, creusés dans le tégument maternel et dont chacun ne renferme qu'un seul embryon. Ces diverticules en cul-de-sac du tégument ventral de *Cœloplana* forment donc de véritables loges incubatrices provisoires, dans lesquelles les embryons subissent leur évolution jusqu'au stade de sortie des larves. On ne connaît pas très bien les relations physiologiques de l'embryon avec l'organisme maternel. Ce qui est certain, c'est que les œufs restent libres à l'intérieur des poches incubatrices et que les parois de ces dernières ne subissent aucune modification histologique notable en vue d'assurer la nutrition des embryons aux dépens de leur mère. Mais, en considérant l'abondance des vaisseaux gastrovasculaires sous les téguments de la zone marginale où se trouvent englobés les embryons, je ne puis m'empêcher de penser que ces derniers reçoivent de leur mère un apport considérable de substances nutritives.

Le troisième type d'incubation se rencontre chez *Cœloplana Weilli*, qui présente, sous ce rapport, un intérêt considérable. En 1932, H. Tanaka a décrit la viviparité chez *C. mitsukurii* Abbott du Japon. Jusqu'à présent cette observation reste isolée. Or on n'apprendra pas sans intérêt que mes constatations sur la reproduction sexuelle de *C. Weilli*, faites en 1939, confirment pleinement celles de Tanaka. En effet, en observant la ponte chez ce *Cœloplana*, j'ai pu constater que *les œufs effectuent leur développement à l'intérieur de l'organisme maternel dans les canaux méridiens*. Les embryons sont évacués au dehors par la bouche à un stade très avancé et, aussitôt après l'évacuation, l'éclosion a lieu : ils sortent de leurs coques (membrane ovulaire) à l'état de larves. Il convient d'insister sur le fait que les embryons restent absolument libres à l'intérieur de la mère, sans

s'attacher à la paroi des canaux gastrovasculaires, de sorte que, chez cette espèce, il n'y a aucune réalisation de placentation. Cependant l'abondance des matières nutritives dans le milieu où se passe le développement me conduit à penser qu'il y a là une nutrition effective des embryons.

Il nous reste à mentionner que chez les *Cœloplana* annamites et cochinchinois (*agniæ*, *gonoctena*, *Duboscqui*), j'ai observé la reproduction sexuée pendant toute la belle saison de l'année (de mai jusqu'à octobre), qui correspond, dans ces parages, à la période de la mousson de Sud-Ouest. Les formes cambodgiennes (*Perrieri* et *Weilli*) passent à la reproduction sexuelle aussi pendant la saison estivale, mais, dans le Golfe de Siam, celle-ci coïncide avec la mousson de Nord-Est, qui souffle de novembre jusqu'à mars.

HISTOPHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Réductions oculaires par dégénérescence chez les Crustacés.* Note de M[lle] **Marie-Louise Verrier**, présentée par M. Louis Bouvier.

Au cours de recherches sur l'histophysiologie comparée des yeux des Arthropodes, et qui portent déjà sur l'étude d'une centaine de types environ, j'ai constaté la dégénérescence partielle de l'œil de divers Crustacés adultes. Cette dégénérescence conduit à une réduction morphologique et fonctionnelle de l'organe.

Les réductions oculaires ont déjà fait l'objet de nombreux travaux. Ceux-ci se trouvent résumés d'une part dans les lois formulées par F. Picard (¹), d'autre part dans les conclusions des récentes recherches de F. Bernard (²) sur la morphogénèse des yeux composés d'Arthropodes.

Selon Picard, les yeux réduits seraient caractérisés par la diminution du nombre et la dissociation des ommatidies et par la dégénérescence des parties réfringentes externes succédant à celle de la rétinule.

D'après Bernard, trois processus semblent intervenir dans la morphogénèse des yeux réduits : l'atrophie, la dégénérescence secondaire qui affecte principalement les ganglions optiques, l'hypertrophie des parties réfringentes corrélative de la réduction des rétinules.

Les processus de réductions oculaires que je décris ici correspondent à une dégénérescence de l'œil lui-même chez l'individu adulte. Cette dégénérescence atteint d'abord et principalement la partie moyenne de

(¹) *Bull. scient. France-Belgique*, 57, 1923, p. 490.
(²) *Bull. biol. France-Belgique*, suppl. 23, 1937, p. 1-162.

l'ommatidie, rhabdôme et portion externe et moyenne de la rétinule. Secondairement, les parties réfringentes externes et la zone profonde de la rétinule peuvent être atteintes. Jusqu'à plus ample informé, seuls les Crustacés décapodes paraissent présenter ce type de réduction oculaire. Je l'ai constaté chez *Leander serratus* F., *Galatea strigosa* L., *Galatea squamifera* Leach., *Eupagurus excavatus* Herbst, *Eupagurus anachoretus* Risso., *Euparugus Prideauxi* Leach., *Corystes cassivelaunus* Penn., *Pachygrapsus marmoratus* Fabr., *Portunus depurator* L., *Portunus puber* L., *Xantho rivulosus* Risso.

Selon les espèces, les caractères anatomiques de la dégénérescence varient. Chez *Leander serratus* et *Galatea strigosa* et *squamifera*, la périphérie de l'œil est seule intéressée. Sur une surface qui peut atteindre le 1/5e de la surface totale de l'organe, les ommatidies disparaissent presque complètement. Une portion très réduite de la cornéule, de la partie externe des cônes-cristallins et de la zone basilaire persistent. La partie profonde des cônes-cristallins, le système pigmentaire, le rhabdôme et la rétinule, sur la presque totalité de leur hauteur, sont remplacés par un amas de granulations éosinophiles. Parmi les autres espèces précédemment énumérées, la dégénérescence atteint n'importe quel point de la surface oculaire. Elle est plus ou moins poussée suivant les cas. Chez *Xantho rivulosus*, *Corystes cassivelaunus*, *Pachygrapsus marmoratus*, à mesure que l'on se rapproche d'une zone de dégénérescence, on voit les diverses parties de la région moyenne de l'ommatidie perdre progressivement leur individualité et apparaître comme noyées dans une masse granuleuse où l'on peut encore arriver à distinguer un vestige de rhabdôme. Les parties périphériques internes et externes de l'ommatidie demeurent intactes. Chez *Eupagurus Prideauxi*, *Eupagurus excavatus*, *Eupagurus anachoretus*, les *Portunus*, spécialement *Portunus depurator*, toute trace de rhabdôme disparaît, l'espace occupé par la zone moyenne de plusieurs ommatidies contiguës, une dizaine par exemple, n'est plus qu'une cavité à contours plus ou moins régulièrement circulaires. Cette cavité est limitée, en haut, par les parties réfringentes externes qui, elles aussi, peuvent être envahies de granulations, en bas, par la zone basilaire des rétinules, latéralement, par la rétinule d'ommatidies normales.

Plusieurs de ces cavités consécutives à la dégénérescence peuvent apparaître dans un même œil; c'est ainsi que j'ai pu en compter trois dans un œil de *Portunus depurator* et chez *Eupagurus excavatus*. L'importance des cavités est des plus variables. Elle correspond soit à quelques ommatidies, soit à quelques dizaines d'entre elles. Chez un autre exemplaire de

Portunus depurator, la cavité occupait la moitié environ de la surface de l'œil. Celui-ci conservait sa forme et ses dimensions normales, les cornéules et les cônes-cristallins demeurant normaux.

Enfin il convient de signaler que les cônes-cristallins, tout en conservant leur forme, peuvent être entièrement remplis de granulations éosinophiles comparables à celles qui occupent la portion moyenne de l'ommatidie. Cette disposition est particulièrement nette chez *Corystes cassivelaunus* et *Pachygrapsus marmoratus*.

L'ommatidie n'est pas la seule partie de l'œil à présenter des processus de dégénérescence. Le système nerveux optique et spécialement le periopticum peuvent être également infiltrés d'amas granuleux.

Il reste à préciser les processus histochimiques de cette dégénérescence et leurs relations avec la croissance de l'individu.

Du point de vue fonctionnel, on peut déjà affirmer qu'il s'ensuit une diminution importante des possibilités visuelles des différentes espèces. Il convient de tenir compte de ces faits dans l'interprétation du comportement, et tout spécialement dans l'explication des modalités de la sensibilité lumineuse.

Ce mode de réduction est, à certains égards, à rapprocher des cas de dégénérescence secondaire localisés aux ganglions optiques. Il s'y ajoute ici la dégénérescence des ommatidies sur une très importante portion de leur hauteur. De plus ces faits s'opposent aux lois de Picard.

Si l'on compare ces yeux réduits aux divers types d'yeux d'Arthropodes, on constate qu'ils se rapprochent des yeux dits en turban des mâles de certains Éphémères, par la réduction de la rétinule et du rhabdôme ([3]). Dans ces divers cas, et en dépit de la différence des processus, il s'agit d'yeux volumineux, à apparence extérieure normale, mais à possibilités fonctionnelles extrêmement réduites.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Une méthode simple permettant le dosage rapide de la cellulose.* Note ([1]) de M. **Radu Vladesco**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le dosage de la cellulose, étant donné son rôle dans l'alimentation et dans l'industrie, présente un grand intérêt pratique. Plusieurs méthodes ont été préconisées dans ce but; mais aucune d'elles n'est entièrement

---

([3]) M.-L. Verrier, *Bull. biol. France-Belgique*, 74, 1940, p. 309.

([1]) Séance du 5 août 1940.

satisfaisante. Celles qui inspirent le plus de confiance sont, en effet, très laborieuses. Toutes ont pour base la manière différente dont se comportent la cellulose et les produits qui l'accompagnent dans les tissus vis-à-vis de certains réactifs. C'est ainsi que la cellulose est extrêmement résistante à l'action des agents oxydants et hydrolysants qui attaquent, les premiers la lignine et les seconds les hémicelluloses. La méthode la plus usitée consiste à séparer la cellulose de l'ensemble des produits qui l'imprègnent par la dissolution de ces derniers successivement à l'aide des bases (soude ou potasse) et à l'aide des acides (sulfurique ou chlorhydrique). En réalité c'est une cellulose impure, ordinairement désignée sous le nom de cellulose brute ou de fibre brute, qui est ainsi dosée. Parmi les méthodes poursuivant la destruction des matières incrustantes par des oxydants, celles qui utilisent d'abord l'eau de chlore (Frémy et Terreil) ou de brome (Hugo Müller) donnent les résultats les plus satisfaisants. Leur emploi ne s'est pourtant pas généralisé, à cause du très long temps qu'elles nécessitent. Perfectionnée par Gabriel Bertrand, la méthode au brome reste comme méthode de référence (²).

Dans celle que nous proposons, le réactif est l'acide azotique. Depuis longtemps déjà, nos essais nous avaient montré que ce réactif pourrait être avantageusement utilisé pour le dosage de la cellulose, ainsi que pour celui des graisses. Toute la question consistait à déterminer les conditions dans lesquelles cet agent, sans toucher à la cellulose, détruit les substances qui s'y trouvent associées. Pour ce faire, nous avons soumis à l'action de l'acide azotique, et à température constante, des échantillons de papier à filtrer, en faisant varier la concentration de l'acide et la durée de son action. Après de nombreux essais, nous nous sommes arrêté à la concentration voisine de 21,8 % ($d = 1,130$) et à la durée de 5 minutes de chauffage à 100°. Pour 1^g environ de matière sèche, nous employons 20^{cm^3} d'acide (il est à remarquer que l'influence du volume de la solution azotique sur le rendement du dosage est presque nulle). Le maintien de la température, ainsi que la durée du chauffage, sont facilement assurés par un courant de vapeur d'eau dans la matière suspendue au sein de la solution azotique (dans un ballon Kjeldahl de 100^{cm^3}). Cette façon de procéder permet d'éviter en même temps la projection au dehors de la mousse qui se forme durant le chauffage. Le résidu séparé par filtration est lavé, desséché, puis dégraissé avec un mélange d'alcool et d'éther.

(²) *Ann. off. Nat. Comb. Liq.*, **11**, 1936, p. 191, reproduit dans *Ann. Agron.*, **7**, 1937, p. 1, et dans *Ann. des Ferm.*, **1**, 1936, p. 577.

Voici les résultats de quelques essais sur du papier à filtrer, sans cendres, lavé aux acides chlorhydrique et fluorhydrique :

Prise d'essai (gr.).	Concentration de l'acide (%).	Durée du chauffage (en min.).	Poids trouvé.	Rendement (%).
1,1355	21,8	5	1,1092	97,68
1,0084	21,8	5	0,9840	97,58
1,1626	21,8	10	1,1312	97,30
1,0894	24,8	5	1,0611	97,40

Des essais analogues sur un échantillon de son de froment ont donné les résultats suivants :

Prise d'essai (gr.).	Concentration de l'acide (%).	Durée du chauffage (en min.).	Poids trouvé après dégraissage.	Rendement (%).
0,90[illegible]7	21,8	5	0,1483	16,33
0,9679	21,8	5	0,1617	16,70
0,9719	21,8	10	0,1582	16,27
0,9320	24,8	5	0,1522	16,32

Le poids de la prise d'essai étant assez réduit, il est indispensable que la substance soit bien pulvérisée et homogénéisée. Dans ces conditions seulement les résultats peuvent être reproduits. S'il s'agissait de cellulose pure, comme dans le cas du papier, l'oxydation seule serait à craindre, car il est très peu probable que la nitration puisse avoir lieu à la concentration de l'acide indiquée plus haut. La coloration jaune de la cellulose laissée par les substances végétales dénote, par contre, la production de dérivés nitrés. La plupart de ceux-ci sont enlevés pendant l'extraction des graisses. Avec la technique décrite, nous avons dosé la cellulose d'une cinquantaine de produits alimentaires : céréales, farines, légumineuses, épices, fruits etc. Les résultats obtenus sont tous superposables à ceux trouvés dans la collection de données analytiques de König (3). Nous n'avons pas la prétention que la méthode préconisée soit irréprochable. Quant à sa précision, elle n'est pas dépassée par celle couramment employée. Par contre elle offre de nombreux avantages : simplicité, facilité et durée très réduite.

La séance est levée à 15h45m.

Lx.

(3) *Chemie der menschlichen Nahrungs- und Genussmittel*, 4e éd., 1903, Berlin.